

U-Bahn-Haltestelle

GK-Klausur von 20016 zum Thema ganzrationale Funktionen

In der Grafik unten sieht man das Eingangsgebäude zu einer U-Bahn-Haltestelle. Auf dem Foto schaut man frontal auf eine ebene Glasfläche, die sich unter dem geschwungenen Dach befindet. Eine Längeneinheit in dem eingezeichneten Koordinatensystem entspricht 1 m.



Der höchste Punkt der Dachoberkante befindet sich in diesem Koordinatensystem bei $H(0|5)$ und der tiefste Punkt bei $Q(7,3|3,3)$. Auch die Punkte $D(-4|4)$ und $E(-2|4,75)$ liegen auf der Dachoberkante.

a) Die Profillinie der Dachoberkante hat eine geschwungene Form, die durch eine ganzrationale Funktion modelliert werden soll.

(1) Die Profillinie hat im Bereich $-4 \leq x \leq 4$ näherungsweise die Form einer Parabel 2. Grades.

Bestimmen Sie eine Gleichung dieser Parabel mit dem Hochpunkt H , die durch den Punkt D verläuft.

Prüfen Sie, ob der Punkt E auf dieser Parabel liegt.

5 P

(Kontrolllösung: $p(x) = -\frac{1}{16}x^2 + 5$)

(2) **Begründen** Sie anhand der Abbildung, warum eine ganzrationale Funktion, die zur Modellierung der gesamten Profillinie der Dachoberkante geeignet sein könnte, mindestens 3. Grades sein muss.

3 P

Im Folgenden wird zur Modellierung der Dachoberkante für $-4,5 \leq x \leq 10,5$ eine ganzrationale Funktion 4. Grades verwendet, die auf \mathbb{R} definierte Funktion f mit $f(x) = 0,0004x^4 + 0,0016x^3 - 0,063x^2 + 5$.

- b) (1) **Weisen** Sie **nach**, dass der Punkt H auch ein lokaler Hochpunkt des Graphen von f ist. **4 P**
- (2) **Bestimmen** Sie im Modellierungsbereich den Tiefpunkt T des Graphen von f . **Geben** Sie **an**, um wie viel Prozent jede Koordinate von T von der entsprechenden Koordinate von Q abweicht. **8 P**
(Kontrolllösung: $T(7,5|3,4)$)
- (3) Der Punkt A aus der Abbildung hat die x -Koordinate $2,7$. **Untersuchen** Sie, ob die Profillinie im Modell der Funktion f an dieser Stelle zwischen H und T das stärkste Gefälle hat. **5 P**

c) Oberhalb des Daches sind geradlinig verlaufende Stahlseile angebracht. Gehen Sie vereinfachend davon aus, dass das Stahlseil von $A(2,7|f(2,7))$ nach $P(6,7|7,2)$ verläuft.

- (1) **Berechnen** Sie die Länge des Stahlseils von A nach P . **4 P**
- (2) Das Stahlseil wird im Bereich $2,7 \leq x \leq 6,7$ durch eine Gerade g modelliert. **Bestimmen** Sie eine Gleichung der Geraden g und berechnen Sie die Größe des Winkels, den die Gerade g in A mit der Horizontalen einschließt. **6 P**
- (3) Ein weiteres Seil soll von P nach E gespannt werden. **Überprüfen** Sie, ob es in E tangential zur Dachoberkante verlaufen wird. **4 P**

d) Das Eingangsgebäude ist mit Glas verkleidet. Gehen Sie vereinfachend davon aus, dass es sich bei der in der Abbildung umrahmten Glasfläche um eine durchgehende ebene Fläche handelt, die nicht durch Rahmen und Streben unterbrochen wird. Die eingezeichnete Oberkante der Glasfläche wird im Bereich $-4 \leq x \leq 7,3$ durch die auf \mathbb{R} definierte Funktion h mit $h(x) = 0,0004x^4 + 0,0016x^3 - 0,063x^2 + 4,5$ modelliert.

- (1) **Berechnen** Sie den Inhalt der Glasfläche von der y -Achse bis zur eingezeichneten Kante durch den Punkt Q in der Ansicht aus der Abbildung. **6 P**
- (2) Für die Glasfläche links von der y -Achse ist der Rand der zu berechnenden Glasfläche in der Abbildung nachgezeichnet. **Beschreiben** Sie eine mögliche Lösungsidee zur Bestimmung des Inhalts der umrahmten Glasfläche links von der y -Achse. Geben Sie dabei alle nötigen Ansätze an, die Berechnung konkreter Werte wird hingegen nicht erwartet. **5 P**